

MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

Bài tập làm từ 11/3 - GV Vũ Ngọc Khánh - 0866722394

Bài 1: Giải HPT

$$a) \begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 5 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{6}{x-2y} + \frac{2}{x+2y} = 3 \\ \frac{3}{x-2y} + \frac{4}{x+2y} = -1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \sqrt{x+3} - 2\sqrt{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{x+3} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

Đáp số: a) (1; -1) b) $(\frac{-1}{36}; \frac{-29}{72})$ c) (1; -1)

VD1 Cho hệ pt $\begin{cases} x + ay = 1 \\ a.x + y = 2 \end{cases}$ (I)

- a) Giải hệ pt khi $a = 2$
 b) Với giá trị nào của a thì hệ pt có nghiệm duy nhất

Giải:

Khi $a = 2$ hệ pt có nghiệm $(x;y) = (1;0)$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - ay \\ a(1 - ay) + y = 2 \end{cases} \Rightarrow (1 - a^2)y = 2 - a \quad (*)$$

Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi pt (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow 1 - a^2 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq \pm 1$

VD2 Giải và biện luận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau theo tham số m

$$a) \begin{cases} 2x + my = 1 \quad (1) \\ mx + 2y = 1 \quad (2) \end{cases}$$

Ta có (1) $\Leftrightarrow x = \frac{1 - my}{2}$ (1')

Thay (1') vào (2) ta có:

$$m \frac{1 - my}{2} + 2y = 1 \Leftrightarrow m - m^2y + 4y = 2$$

$$\Leftrightarrow (4 - m^2)y = 2 - m$$

$$\Leftrightarrow (2 - m)(2 + m)y = 2 - m \quad (3)$$

*) Nếu $m=2$,
 pt(3) thành $0y = 0$ (vô số nghiệm)
 \Rightarrow Hệ phương trình vô số nghiệm

$$(x = \frac{1 - 2y}{2}; y \in \mathbb{R})$$

*) Nếu $m=-2$, pt (3) thành $0y = 4$ (vô nghiệm)
 Hệ phương trình vô nghiệm

*) Nếu $m \neq \pm 2$ thì pt(3) có nghiệm duy nhất
 $y = \frac{1}{2+m}$ thay vào (1') ta có $x = \frac{1}{2+m}$.

Vậy

*) Nếu $m=2$, thì hệ phương trình có vô số nghiệm. Nghiệm TQ: $(\frac{1-2y}{2}; y)$ với $y \in \mathbb{R}$

$$b) \begin{cases} mx + 4y = 10 - m \quad (1) \\ x + my = 4 \quad (2) \end{cases}$$

Ta có (2) $\Leftrightarrow x = 4 - my$ (2')

Thay (2') vào (1) ta có:

$$m(4 - my) + 4y = 10 - m$$

$$\Leftrightarrow (4 - m^2)y = 10 - 5m \quad (3)$$

*) Nếu $m=2$,
 pt (3) thành: $0y = 0$ (vô số nghiệm)
 \Rightarrow Hệ pt vô số nghiệm: $(x=4-my; y \in \mathbb{R})$

*) Nếu $m=-2$,
 pt(3) thành: $0y = 20$ (vô nghiệm)
 \Rightarrow Hệ pt vô nghiệm

*) Nếu $m \neq \pm 2$ thì pt(3) có nghiệm duy nhất $y = \frac{5}{2+m}$. Thay vào (2') có

$$x = \frac{8 - m}{2 + m}$$

Vậy

*) Nếu $m=2$, thì hệ phương trình có vô số nghiệm.

Nghiệm TQ: $(4-my; y)$ với $y \in \mathbb{R}$

Chuyên đề: Hệ phương trình tham số

*) Nếu $m = -2$, hệ phương trình vô nghiệm
*) Nếu $m \neq \pm 2$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất ($x = \frac{1}{2+m}$, $y = \frac{1}{2+m}$.)

*) Nếu $m = -2$, hệ phương trình vô nghiệm
*) Nếu $m \neq \pm 2$, hệ phương trình có nghiệm duy nhất ($x = \frac{8-m}{2+m}$, $y = \frac{5}{2+m}$.)

VD3 Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases}$$

Tìm m để hệ có nghiệm (x, y) duy nhất thoả mãn $(x > 0; y < 0)$.

Hướng dẫn giải:

Xét hệ phương trình
$$\begin{cases} x + my = 2(1) \\ mx - 2y = 1(2) \end{cases}$$

*) Từ (1) $\Leftrightarrow x = 2 - my$ (1'), thay vào (2) ta có: $m(2 - my) - 2y = 1 \Rightarrow (m^2 + 2)y = 2m - 1$ (3).
Do $m^2 + 2 > 0 \forall m \Rightarrow$ (3) luôn có nghiệm duy nhất. Suy ra: hệ luôn có nghiệm (x, y) duy nhất.

*) Khi đó $y = \frac{2m-1}{m^2+2}$, thay vào (1') ta có $x = \frac{m+4}{m^2+2}$

*) Để $(x > 0; y < 0)$ thì:
$$\begin{cases} \frac{m+4}{m^2+2} > 0 \\ \frac{2m-1}{m^2+2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+4 > 0 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < \frac{1}{2}$$

Bài tập: Dạng bài nào quên thì mở tài liệu ra xem hoặc tra cứu trên mạng

Bài 1 Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = -1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với $m = 3$
- Với giá trị nào của m thì hệ có nghiệm duy nhất

Bài 2 Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + ay = 5 \\ ax + 2y = 2a + 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với $a = 3$
- Với giá trị nào của a thì hệ vô nghiệm? Hệ vô số nghiệm?

Bài 3. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = m - 2 \\ x + 2y = 3m + 4 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình sau theo m
- Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $x > 0$ và $y > 0$.

Đáp số: a)
$$\begin{cases} x = m \\ y = m + 2 \end{cases}$$
 b) $m > 0$

Bài 5. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - (m + 3)y = 0 \\ (m - 2)x + 4y = m - 1 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số}).$$

- Giải hệ khi $m = -1$.
- Giải và biện luận hệ phương trình theo m .

Bài 6: HD 99-2000 Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ x + my = 1 \end{cases}$$

- 1) Giải hệ phương trình theo tham số m .
- 2) Gọi nghiệm của hệ phương trình là (x, y) . Tìm các giá trị của m để $x + y = -1$.
- 3) Tìm đẳng thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m .

Bài 7: HD 04-05 Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} (a-1)x + y = a \\ x + (a-1)y = 2 \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất là } (x; y).$$

- 1) Tìm đẳng thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào a .
- 2) Tìm các giá trị của a thoả mãn $6x^2 - 17y = 5$.
- 3) Tìm các giá trị nguyên của a để biểu thức $\frac{2x-5y}{x+y}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 8: HD 08-09

Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = m - 2 \\ x + 2y = 3m + 4 \end{cases}$

- 1) Giải hệ với $m = 1$
- 2) Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y)$ thoả mãn : $x^2 + y^2 = 10$.

Bài 9: HD 11-12

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3m - 2 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$. Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y)$ sao cho

$$\frac{x^2 - y - 5}{y + 1} = 4$$

Bài 10: HD 12-13

Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 2m + 9 \\ x + y = 5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$. Tìm m để biểu thức $(xy + x - 1)$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 11 Cho hệ pt: $\begin{cases} (m-3)x + y = 2 \\ mx + 2y = 8 \end{cases}$

Tìm m để hệ có nghiệm nguyên.