

**Câu 1 (2,0 điểm):**

1) Giải phương trình  $(x-2)^2 = 9$

2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ \frac{x}{2} = \frac{y}{3} + 1 \end{cases} .$$

**Câu 2 (2,0 điểm):**

1) Rút gọn biểu thức:  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \left( \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{9}{\sqrt{4x}} \right)$  với  $x > 0$  và  $x \neq 9$

2) Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = (3m-2)x + m - 1$  song song với đồ thị hàm số  $y = x + 5$

**Câu 3 (2,0 điểm):**

1) Một khúc sông từ bến A đến bến B dài 45 km. Một ca nô đi xuôi dòng từ A đến B rồi ngược dòng từ B về A hết tất cả 6 giờ 15 phút. Biết vận tốc của dòng nước là 3 km/h. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng.

2) Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(2m+1)x + 4m^2 + 4m = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện  $|x_1 - x_2| = x_1 + x_2$

**Câu 4 (3,0 điểm):**

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, trên nửa đường tròn lấy điểm C (C khác A và B). Trên cung BC lấy điểm D (D khác B và C). Vẽ đường thẳng d vuông góc với AB tại B.

Các đường thẳng AC và AD cắt d lần lượt tại E và F.

1) Chứng minh tứ giác CDFE nội tiếp một đường tròn.

2) Gọi I là trung điểm của BF. Chứng minh ID là tiếp tuyến của nửa đường tròn đã cho.

3) Đường thẳng CD cắt d tại K, tia phân giác của  $\widehat{CKE}$  cắt AE và AF lần lượt tại M và N. Chứng minh tam giác AMN là tam giác cân.

**Câu 5 (1,0 điểm):**

Cho a, b là các số dương thay đổi thỏa mãn  $a + b = 2$ . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = 2(a^2 + b^2) - 6\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 9\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)$$

-----Hết-----

## ĐÁP ÁN

Câu	Phần	Nội dung
<b>1</b>	<b>1</b>	$(x-2)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3 \\ x-2=-3 \end{cases}$
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3+2=5 \\ x=-3+2=-1 \end{cases}$
		Vậy pt có 2 nghiệm là $x=5$ và $x=-1$ .
	<b>2</b>	<b>2</b>
$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x=8 \\ x+2y=2 \end{cases}$		
$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$		
Vậy hpt có 1 nghiệm là $(x; y) = (2; 0)$ .		
<b>2</b>	<b>1</b>	với $x > 0$ và $x \neq 9$ $A = \left( \frac{(\sqrt{x}+3)+(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \right) \left( \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{9}{2\sqrt{x}} \right)$
		$= \frac{2\sqrt{x}}{x-9} \cdot \frac{x-9}{2\sqrt{x}}$
		$= 1$
	<b>2</b>	<b>2</b>
$\Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m \neq 6 \end{cases}$		
$\Leftrightarrow m=1$ . Vậy : $m=1$ thì đồ thị hàm số $y = (3m-2)x + m-1$ song song với đồ thị hàm số $y = x+5$		
<b>1</b>	<b>1</b>	Gọi vận tốc ca nô khi nước yên lặng là $x$ (km/h) ; ĐK: $x > 3$ Vận tốc ca nô khi xuôi dòng là: $x+3$ km/h Vận tốc ca nô khi ngược dòng là: $x-3$ km/h Thời gian ca nô khi xuôi dòng là: $\frac{45}{x+3}$ h Thời gian ca nô khi ngược dòng là: $\frac{45}{x-3}$ h Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{45}{x+3} + \frac{45}{x-3} = \frac{25}{4}$ Giải phương trình ta được $x_1=-0,6$ (Loại); $x_2=15$ (Thỏa mãn) Vậy vận tốc ca nô khi nước yên lặng là 15km/h.

<p>3</p>	<p>2</p>	<p><b>Cách 1:</b> Để phương trình <math>x^2 - 2(2m+1)x + 4m^2 + 4m = 0</math> có hai nghiệm phân biệt</p> <p><math>\Leftrightarrow \Delta' = (2m+1)^2 - 1 \cdot (4m^2 + 4m) = 1 &gt; 0</math> với mọi <math>m</math>.</p> <p>Theo Viét ta có <math>x_1 + x_2 = 2(2m+1)</math> và <math>x_1 x_2 = 4m^2 + 4m</math></p> <p>ĐK: <math>x_1 + x_2 &gt; 0 \Leftrightarrow 2(2m+1) &gt; 0 \Leftrightarrow m &gt; -\frac{1}{2}</math></p> <p>Với ĐK trên, bình phương hai vế: <math> x_1 - x_2  = x_1 + x_2</math> ta có:</p> <p><math>( x_1 - x_2 )^2 = (x_1 + x_2)^2</math>  <math>\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2</math>  <math>\Leftrightarrow -4x_1 x_2 = 0</math>  <math>\Leftrightarrow -4(4m^2 + 4m) = 0</math>  <math>\Leftrightarrow -16m(m+1) = 0</math>  <math>\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0(\text{tm}) \\ m = -1(\text{loại}) \end{cases}</math></p> <p>Vậy <math>m = 0</math> thì phương trình <math>x^2 - 2(2m+1)x + 4m^2 + 4m = 0</math> có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> thỏa mãn điều kiện <math> x_1 - x_2  = x_1 + x_2</math></p> <p><b>Cách 2:</b> <math>\Delta' = (2m+1)^2 - 1 \cdot (4m^2 + 4m) = 1 &gt; 0</math> (với mọi <math>m</math>)  <math>\Rightarrow x_1 = 2m+1+1 = 2m+2</math>  <math>x_2 = 2m+1-1 = 2m \Rightarrow</math></p> <p>Thay vào <math> x_1 - x_2  = x_1 + x_2</math> ta có:  <math> 2m+2-2m  = 2m+2+2m</math>  <math>\Leftrightarrow  2  = 4m+2(m &gt; -\frac{1}{2})</math>  <math>\Leftrightarrow m = 0(TM)</math></p> <p>Vậy <math>m = 0</math> thì phương trình <math>x^2 - 2(2m+1)x + 4m^2 + 4m = 0</math> có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> thỏa mãn điều kiện <math> x_1 - x_2  = x_1 + x_2</math></p>
<p>4</p>	<p>Hình vẽ</p>	

1,  
 Ta có :  $\widehat{AEB}$  là góc có đỉnh ở ngoài đường tròn  
 $\Rightarrow \widehat{AEB} = 1/2 \text{ số } ( \text{cung } AB - \text{cung } BC ) = 1/2 \text{ số } \text{cung } AC \text{ (1)}$   
 $\widehat{CDA}$  là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn  $\Rightarrow \widehat{CDA} = 1/2 \text{ số } \text{cung } AC \text{ (2)}$   
 Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{CDA}$  hay  $\widehat{CEF} = \widehat{CDA}$   
 Mà  $\widehat{CDA} + \widehat{CDF} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{CEF} + \widehat{CDF} = 180^\circ$  mà  $\widehat{CEF}$  và  $\widehat{CDA}$  là 2 góc đối nhau  
 $\Rightarrow$  Tứ giác CDFE là tứ giác nội tiếp ( đhnb )

2)  
 Ta có tam giác OAD cân (OA = OD = bk)  
 $\Rightarrow$  góc ODA = góc OAD  
 Ta có góc ADB =  $90^\circ$  (góc nt ....)  
 $\Rightarrow$  góc BDF =  $90^\circ$  (kề bù với góc ADB)  
 $\Rightarrow$  tam giác BDF vuông tại D  
 Mà DI là trung tuyến  
 $\Rightarrow$  DI = IB = IF  
 $\Rightarrow$  Tam giác IDF cân tại I  
 $\Rightarrow$  Góc IDF = góc IFD  
 Lại có góc OAD + góc IFD =  $90^\circ$  (phụ nhau)  
 $\Rightarrow$  góc ODA + góc IDF =  $90^\circ$   
 $\Rightarrow$  Mà góc ODA + góc IDF + góc ODI =  $180^\circ$   
 $\Rightarrow$  góc ODI =  $90^\circ$   
 $\Rightarrow$  DI vuông góc với OD  
 $\Rightarrow$  ID là tiếp tuyến của (O).

3)  
 Tứ giác CDFE nội tiếp nên  $\widehat{NDK} = \widehat{E}$  (cùng bù với góc NDC)  

$$\widehat{ANM} = \widehat{NDK} + \widehat{NKD} = \widehat{NDK} + \frac{1}{2} \widehat{CKE} \text{ ( góc ngoài của tam giác NDK)}$$

$$\widehat{AMN} = \widehat{E} + \widehat{MKE} = \widehat{E} + \frac{1}{2} \widehat{CKE} \text{ ( góc ngoài của tam giác MEK)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ANM} = \widehat{AMN}$$

$$\Rightarrow \text{tam giác AMN là tam giác cân tại A.}$$

5

$$Q = 2(a^2 + b^2) - 6\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 9\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)$$

$$\begin{aligned}
Q &= 2a^2 + 2b^2 - 6\frac{a}{b} - 6\frac{b}{a} + 9\frac{1}{a^2} + 9\frac{1}{b^2} \\
&= (a^2 - 6\frac{a}{b} + 9\frac{1}{b^2}) + (b^2 - 6\frac{b}{a} + 9\frac{1}{a^2}) + a^2 + b^2 \\
&= (a^2 - 2a\frac{3}{b} + \frac{9}{b^2}) + (b^2 - 2b\frac{3}{a} + 9\frac{1}{a^2}) + a^2 + b^2 \\
&= (a - \frac{3}{b})^2 + (b - \frac{3}{a})^2 + a^2 + b^2 \geq 2(a - \frac{3}{b})(b - \frac{3}{a}) + a^2 + b^2 \quad (\text{, p d\^o ng } A^2 + B^2 \geq 2A.B) \\
&= 2(ab - 3 - 3 + \frac{9}{a.b}) + (a + b)^2 - 2ab = 2(ab - 6 + \frac{9}{ab}) + (a + b)^2 - 2ab
\end{aligned}$$

thay  $a + b = 2$  ta c\^a

$$Q \geq 2(ab - 6 + \frac{9}{ab}) + 4 - 2ab = -12 + 4 + \frac{18}{ab} = -8 + \frac{18}{ab}$$

Ta c\^o  $(a + b)^2 \geq 2ab \rightarrow a.b \leq \frac{(a + b)^2}{2} \rightarrow ab \leq \frac{(a + b)^2}{4} = \frac{4}{4} = 1$

n\^e n  $\frac{1}{a.b} \geq 1 \rightarrow \frac{18}{ab} \geq 18 \rightarrow -8 + \frac{18}{ab} \geq -8 + 18 = 10$  (v\^i a.b l\^a s\^o d\^u ng)

D\^a u " = " x\^a y ra khi  $\begin{cases} a - \frac{3}{b} = b - \frac{3}{a} \\ a = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{ab - 3}{b} = \frac{ab - 3}{a} \\ a = b \end{cases} \rightarrow a = b$

v\^i  $a + b = 2 \rightarrow a = b = \frac{1}{2}$

V\^a y gi\^a tr\^i nh\^o nh\^a t c\^u a bi\^e u th\^u c Q l\^a 10 t\^a i  $a = b = \frac{1}{2}$