

**Câu 1 (2,0 điểm):** Giải các phương trình sau:

1)  $x^2 = -4x$

2)  $\sqrt{(2x-3)^2} = 7$

**Câu 2 (2,0 điểm):**

1) Rút gọn biểu thức  $P = \left( \frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-\sqrt{a}}$  với  $a > 0$  và  $a \neq 1$ .

2) Tìm  $m$  để đồ thị các hàm số  $y = 2x + 2$  và  $y = x + m - 7$  cắt nhau tại điểm nằm trong góc phần tư thứ II.

**Câu 3 (2,0 điểm):**

1) Hai giá sách trong một thư viện có tất cả 357 cuốn sách. Sau khi chuyển 28 cuốn sách từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số cuốn sách ở giá thứ nhất bằng  $\frac{1}{2}$  số cuốn sách của giá thứ hai. Tìm số cuốn sách ban đầu của mỗi giá sách.

2) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 + 5x - 3 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức:  
 $Q = x_1^3 + x_2^3$ .

**Câu 4 (3,0 điểm):**

Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ AH vuông góc với BC tại H. Trên cạnh BC lấy điểm M (M khác B, C và H). Kẻ ME vuông góc với AB tại E; MF vuông góc với AC tại F.

1) Chứng minh các điểm A, E, F, H cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh  $BE \cdot CF = ME \cdot MF$ .

3) Giả sử  $\angle MAC = 45^\circ$ . Chứng minh  $\frac{BE}{CF} = \frac{HB}{HC}$ .

**Câu 5 (1,0 điểm):**

Cho hai số dương  $x, y$  thay đổi thoả mãn  $xy = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  
 $M = \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{2x+y}$ .

----- Hết -----

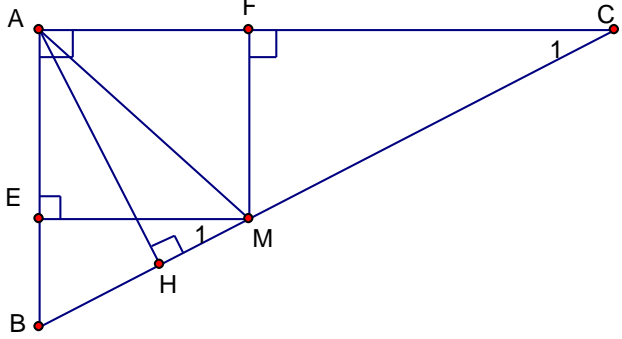
Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh: .....

Chữ ký của giám thị 1: .....Chữ ký của giám thị 2: .....

**ĐÁP ÁN =**

Câu	Ý	Nội dung
1	1	$x^2 = -4x$ (1) (ĐK: $x \leq 0$ )
		<p>Có (1) <math>\Leftrightarrow x^2 + 4x = 0</math></p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(TM) \\ x = -4(TM) \end{cases}$ <p>Vậy phương trình đã cho có nghiệm: <math>x \in \{0; -4\}</math></p>
	2	$\sqrt{(2x-3)^2} = 7$ (2) ĐKXD: $\forall x \in R$
		<p>Có (2) <math>\Leftrightarrow  2x-3  = 7</math></p> $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=7 \\ 2x-3=-7 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-2 \end{cases}$ <p>Vậy phương trình đã cho có nghiệm: <math>x \in \{-2; 5\}</math></p>
2	1	Rút gọn biểu thức $P = \left( \frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-\sqrt{a}}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$
		$P = \left( \frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-\sqrt{a}}$ $P = \left( \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}$ $P = \frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{\sqrt{a}+1}$ $P = 1$
	2	Tìm m để đồ thị các hàm số $y = 2x + 2$ và $y = x + m - 7$ cắt nhau tại điểm nằm trong góc phần tư thứ II
		<p><b>Cách 1:</b> Vì hệ số góc của 2 đường thẳng khác nhau (<math>2 \neq 1</math>) nên 2 đường thẳng đã cho cắt nhau với <math>\forall m</math>.</p> <p>Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình:  <math>2x + 2 = x + m - 7 \Leftrightarrow x = m - 9</math>          thay <math>x = m - 9</math> vào <math>y = x + m - 7</math> tìm được <math>y = 2m - 16</math>          Toạ độ giao điểm của hai đồ thị nằm trong góc phần tư thứ II</p>

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 9 < 0 \\ 2m - 16 > 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ m > 8 \end{cases} \Leftrightarrow 8 < m < 9$ <p>Vậy khi <math>8 &lt; m &lt; 9</math> thì đồ thị các hàm số <math>y = 2x + 2</math> và <math>y = x + m - 7</math> cắt nhau tại điểm nằm trong góc phần tư thứ II</p> <p><b>Cách 2:</b> Vì hệ số góc của 2 đường thẳng khác nhau (<math>2 \neq 1</math>) nên 2 đường thẳng đã cho cắt nhau với <math>\forall m</math>.</p> <p>Toạ độ giao điểm của hai đồ thị hàm số <math>y = 2x + 2</math> và <math>y = x + m - 7</math> là nghiệm của hệ phương trình: <math display="block">\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = x + m - 7 \end{cases}</math></p> <p>Giải hệ trên <math>\Rightarrow \begin{cases} x = m - 9 \\ y = 2m - 16 \end{cases}</math></p> <p>Toạ độ giao điểm của hai đồ thị nằm trong góc phần tư thứ II</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 9 < 0 \\ 2m - 16 > 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ m > 8 \end{cases} \Leftrightarrow 8 < m < 9$ <p>Vậy khi <math>8 &lt; m &lt; 9</math> thì đồ thị các hàm số <math>y = 2x + 2</math> và <math>y = x + m - 7</math> cắt nhau tại điểm nằm trong góc phần tư thứ II</p>
3	1	<p>Hai giá sách trong một thư viện có tất cả 357 cuốn sách. Sau khi chuyển 28 cuốn sách từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số cuốn sách ở giá thứ nhất bằng <math>\frac{1}{2}</math> số cuốn sách của giá thứ hai. Tìm số cuốn sách ban đầu của mỗi giá sách.</p>
		<p><b>Cách 1:</b> Gọi số sách ở giá thứ nhất là <math>x</math> (cuốn); (<math>28 &lt; x &lt; 357; x \in \mathbb{Z}</math>) thì số sách ở giá thứ hai là <math>357 - x</math> (cuốn)</p> <p>Sau khi chuyển thì số sách của giá thứ nhất là <math>x - 28</math> (cuốn); số sách của giá thứ hai là <math>357 - x + 28 = 385 - x</math> (cuốn)</p> <p>Theo bài ra ta có phương trình:</p> $x - 28 = \frac{1}{2}(385 - x)$ $\Leftrightarrow 3x = 441$ $\Leftrightarrow x = 147(TM)$ <p>Vậy số sách ban đầu của giá thứ nhất là 147 cuốn  Và số sách của giá thứ hai là <math>357 - 147 = 210</math> (cuốn)</p> <p><b>Cách 2:</b> Gọi số sách ở giá thứ nhất là <math>x</math> (cuốn); (<math>28 &lt; x &lt; 357; x \in \mathbb{Z}</math>)</p>

	<p>Số sách ở giá thứ hai là <math>y</math> (cuốn) ; (<math>0 &lt; y &lt; 357; y \in \mathbb{Z}</math>)</p> <p>Theo bài ra ta có phương trình <math>x + y = 357</math> (1)</p> <p>Sau khi chuyển thì số sách của giá thứ nhất là <math>x - 28</math> (cuốn); số sách của giá thứ hai là <math>y + 28</math> (cuốn)</p> <p>Theo bài ra ta có phương trình <math>x - 28 = \frac{1}{2}(y + 28)</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:</p> $\begin{cases} x + y = 357 \\ x - 28 = \frac{1}{2}(y + 28) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 147(TM) \\ y = 210(TM) \end{cases}$ <p>Vậy số sách ban đầu của giá thứ nhất là 147 cuốn Và số sách của giá thứ hai là 210 cuốn.</p>
2	<p>Gọi <math>x_1, x_2</math> là hai nghiệm của phương trình <math>x^2 + 5x - 3 = 0</math>. (*)</p> <p>Tính giá trị của biểu thức: <math>Q = x_1^3 + x_2^3</math></p> <p>Phương trình (*) có <math>ac = -3 &lt; 0</math> nên (*) luôn có hai nghiệm phân biệt <math>x_1; x_2</math></p> <p>Theo Vi - et có <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}</math></p> <p>Có <math>Q = x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2)</math></p> <p><math>\Rightarrow Q = (-5)^3 - 3(-3)(-5) = -170</math></p> <p>Vậy <math>Q = -170</math></p>
4	
1	<p>Chứng minh các điểm A, E, F, H cùng nằm trên một đường tròn.</p> <p>Từ giả thiết có <math>\angle AEM = 90^\circ \Rightarrow E</math> nằm trên đường tròn đường kính AM</p> <p><math>\angle AFM = 90^\circ \Rightarrow F</math> nằm trên đường tròn đường kính AM</p> <p>Theo gt có <math>\angle AHM = 90^\circ \Rightarrow H</math> nằm trên đường tròn đường kính AM</p> <p>Suy ra các điểm A, E, F, H cùng thuộc đường tròn (đường kính AM).</p>

2	<p>Chứng minh <math>BE \cdot CF = ME \cdot MF</math></p>
	<p>Từ giả thiết suy ra <math>ME \parallel AC \Rightarrow \square M_1 = \square C_1</math>  <math>\Rightarrow</math> hai tam giác vuông BEM và MFC đồng dạng  <math>\Rightarrow \frac{BE}{ME} = \frac{MF}{CF}</math>  <math>\Rightarrow BE \cdot CF = ME \cdot MF</math></p>
3	<p>Giả sử <math>\square MAC = 45^\circ</math>. Chứng minh <math>\frac{BE}{CF} = \frac{HB}{HC}</math></p>
	<p>Từ giả thiết ta có tứ giác AEMF là hình chữ nhật  Mà <math>\square MAC = 45^\circ</math> nên tứ giác AEMF là hình vuông <math>\Rightarrow ME = MF</math>  Ta có <math>AB^2 = BH \cdot BC</math>; <math>AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{HB}{HC}</math> (1)  Có hai tam giác vuông BEM và BAC đồng dạng nên <math>\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{ME}</math> (2)  Có hai tam giác vuông BAC và MFC đồng dạng nên <math>\frac{AB}{AC} = \frac{MF}{CF}</math> (3)  Từ (2), (3) có <math>\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BE \cdot MF}{ME \cdot CF} = \frac{BE}{CF}</math> (vì <math>ME = MF</math>) (4)  Từ (1), (4) có <math>\frac{BE}{CF} = \frac{HB}{HC}</math></p>
5	<p>Cho hai số dương <math>x, y</math> thay đổi thoả mãn <math>xy = 2</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức <math>M = \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{2x+y}</math></p>
	<p><math>M = \frac{2x+y}{xy} + \frac{3}{2x+y} = \frac{2x+y}{2} + \frac{3}{2x+y}</math>  <math>= \left( \frac{3}{8} \cdot \frac{2x+y}{2} + \frac{3}{2x+y} \right) + \frac{5}{8} \cdot \frac{2x+y}{2}</math>  Có <math>\frac{3}{8} \cdot \frac{2x+y}{2} + \frac{3}{2x+y} \geq 2 \sqrt{\frac{3}{8} \cdot \frac{2x+y}{2} \cdot \frac{3}{2x+y}} = \frac{3}{2}</math>. Dấu “=” xảy ra khi  <math>\frac{3}{8} \cdot \frac{2x+y}{2} = \frac{3}{2x+y}</math>  Có <math>\frac{5}{8} \cdot \frac{2x+y}{2} \geq \frac{5}{8} \sqrt{2xy} = \frac{5}{4}</math>. Dấu “=” xảy ra khi <math>2x = y</math> và <math>xy = 2</math>  Do đó <math>M \geq \frac{3}{2} + \frac{5}{4} = \frac{11}{4}</math>. Dấu “=” xảy ra khi <math>x = 1</math> và <math>y = 2</math>.  Vậy giá trị nhỏ nhất của <math>M</math> là <math>\frac{11}{4}</math> khi <math>x = 1</math> và <math>y = 2</math>.</p>